

# 時系列データを解析するためのベイジアンネットワークの活用法に関する研究

目良 貢<sup>1</sup>, 中村 優佑<sup>2</sup>, 吉田 敏宏<sup>1</sup>, 清水 圭吾<sup>1</sup>, 菅原 翔<sup>3</sup>, 福永 雅喜<sup>4</sup>,  
定藤 規弘<sup>4</sup>, 農沢 隆秀<sup>5</sup>

<sup>1</sup>マツダ株式会社

<sup>2</sup>広島大学大学院工学研究科

<sup>3</sup>東京都医学総合研究所

<sup>4</sup>自然科学研究機構生理学研究所

<sup>5</sup>広島大学学術・社会連携室

**概要.** 多様な時系列データから複雑現象のメカニズム解明に向けた知的発見を促進することを目的とする独自の手法について述べる. 本手法はベイジアンネットワークを基本としつつ, 時系列データを持つ多変数間の関係性を構造的に分析・可視化することを支援する. 本手法を自動車の開発領域で取得された実際の時系列データに対して適用した事例を幾つか示す. 各事例において, 本手法の実用性を工学的な視点に沿った解釈を与えながら論じる.

## Study on Method of Utilization of Bayesian Networks for Analyzing Time Series Data

Mitsugu Mera<sup>1</sup>, Yusuke Nakamura<sup>2</sup>, Toshihiro Yoshida<sup>1</sup>, Keigo Shimizu<sup>1</sup>, Sho K.  
Sugawara<sup>3</sup>, Masaki Fukunaga<sup>4</sup>, Norihiro Sadato<sup>4</sup> and Takahide Nouzawa<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Mazda Motor Corporation

<sup>2</sup>Graduate School of Engineering, Hiroshima University

<sup>3</sup>Tokyo Metropolitan Institute of Medical Science

<sup>4</sup>National Institute for Physiological Sciences (NIPS), National Institutes of Natural Sciences (NINS)

<sup>5</sup>Social Contributions & Industry-Academia Collaboration, Hiroshima University

*Abstract.* We describe our own method (which we call "Graph Structured Analysis" including a series of processes) to aim at promoting knowledge discovery towards clarifying the mechanisms of complex phenomena from various time series data. This method is based on Bayesian networks and supports

structurally analyzing and visualizing the relationships among multiple variables with time series data. We show some examples of applying this method to actual time series data acquired in our development area of automobiles. In each example, we discuss its utility while giving interpretations along engineering viewpoints.

## 1. はじめに

近年、インターネットや計算機の発達に伴い、人工知能・機械学習を通して多様なデータから潜在価値を抽出し、ビジネスに活かそうとする動きが世の中で活発化している。自動車業界においても、開発領域とサービス領域がそれぞれの立場で、データを効果的に活用しようとする取組みが始まっている。自動車の開発領域においては、高機能化が益々求められる自動車を実験やシミュレーションを駆使することで実機試作を極力削減しながら机上で効率良く開発する「モデルベース開発」[26]が重要となっている。一方で、これが進むに連れ、様々な条件下で車両（例：空力、衝突、振動等）やドライバー（例：脳、筋骨格、視聴覚等）の特性を評価するための多量・多次元で非線形な大規模データ（例：車両走行に関わるデータ、即ち、複数の部位で同時に実験計測したデータ、シミュレーション結果のデータ、車両周辺環境のデータ等）が生み出されており、それらのデータを無駄にせず理解して複雑な現象に対するメカニズム解明を強力に支援できるようなデータ分析技術へのニーズが高まっている。特に、多くの部位で同時に計測された「時系列データ」を取扱う機会が増えており、そこから従来の経験則や古典的な統計解析のみでは到達し難い着眼点の獲得を促せるような、いわゆる仮説発見型のデータ分析のアプローチに対する重要性が増してきている。

ここで、大規模データにおける複数の変数間から関係性を探索的に分析するための手法の一つとして、近年マーケティング等のサービス領域[29]で用いられる「ベイジアンネットワーク」[22–25]に我々は注目している。これは、各変数（ノード）間の依存関係（エッジ）をベイジアン理論に基づき条件付き確率と共に有向非巡回グラフの形で構造化する確率的グラフィカルモデルの一つであり、知識発見を支援できるものである。但し、これは基本的に離散変数を分析対象としており、開発領域で取扱う連続的な波形を伴った時系列データに対して直接的には適用することができない。また、変数の個数が多くなるほど、着眼したい関係性を目視で辿ることが容易でなくなる。そこで我々は、「グラフ構造化分析」と呼称する独自の手法（プロセス）を構築し、ベイジアンネットワークの構造探索に関するメイン処理とは別に、時系列データに柔軟に対応させるためのプリ処理（即ち、時系列データをカテゴリデータへと変換する前処理）、更には、着眼点の絞込みや異なる構造同士での差異の比較が行い易いよう、所定の部分構造の自動抽出や可視化に関わるポスト処理（即ち、得られた構造から分析者が注目したい変数に係る依存関係の構造のみを容易に部分抽出可能にする後処理）の機能を、それぞれ追加する形で開発・実装した。更に、本手法を時系列データが伴う単純な題材や実際の開発領域の複雑な題材に対して適用することによ

り，部分的にはあるが変数間に潜んでいる時間の概念（時間的な依存関係）を発見的に分析することが可能であることを具体的な事例と共に示した．これらによる効果としては，従来のベイジアンネットワークのみでは支援できない，時間に関する知識（動的な情報処理や入出力の経路等）の発見が支援可能となり，分析者のドメイン知識がまだ部分的には必要であるという課題は残るものの，時系列データをより深く理解してメカニズム解明を加速させる基本となり得るデータ分析プロセスを実現できた．

本稿の構成は次の通り．第2節において，時系列データを対象に関係性を構造的に分析・可視化する手法として我々が開発してきた「グラフ構造化分析」の概要を示す．各プロセスのうち，プリ処理では，時系列データを多水準系にカテゴリ化（離散化）する独自の機能を実装している．ベイジアンネットワークのメイン処理では，「尤度等価性」[11]を満たすハイパーパラメータを持つディリクレ事前分布から構成されるネットワークスコア

「BDeu (Bayesian Dirichlet equivalence uniform)」[5]に基づき，これをメタヒューリスティック探索アルゴリズムの一つ「タブーサーチ」[1,3,8-10]を独自に活用する下で最大化させる，という形で，グラフ構造を学習する機能を採用して実装している．ポスト処理では，ベイズ理論とは切り離れたプロセスとして，出来上がったグラフ構造自体から目的とする変数（子ノード）を指定した時にそれに辿り着く部分構造（親ノードがなす階層構造）を必要に応じて過不足なく自動抽出する独自の機能を新規に定式化して実装し，更に，書式や背景を変更しつつ構造全体を可視化できる機能も実装している．第3節において，本手法を実際に活用した幾つかの事例を示し，時間の概念を内包するような依存関係が見出せる効果を確認すると共に，分析結果の工学的な解釈を通して実用性を考察する．

## 2. 手法の概要

本節では，時系列データを対象として我々が開発してきた「グラフ構造化分析」手法（プロセス）の概要を示す．尚，本手法の全体像を表すフローチャートはFig.1の通りであり，メイン処理の実装には主にR言語を，プリ処理とポスト処理の実装には主にC言語を，それぞれ用いている．

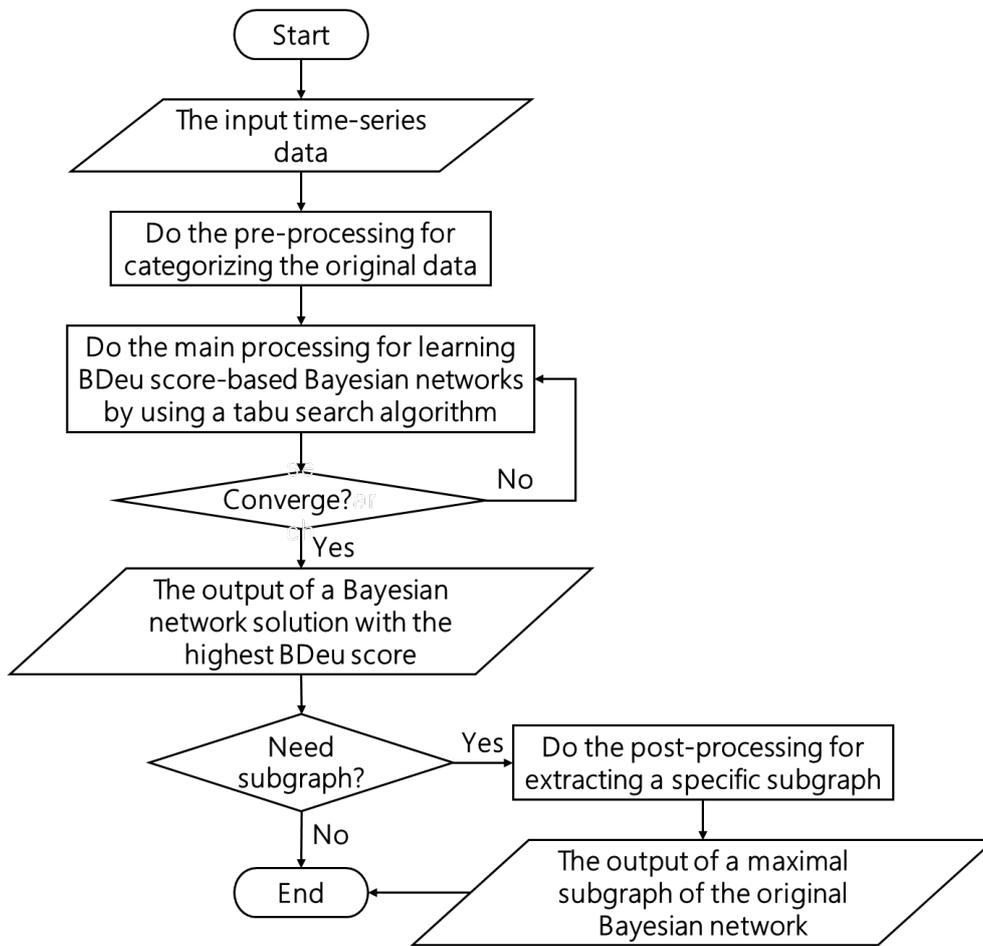


Fig. 1. The flowchart of our method "Graph Structured Analysis".

## 2.1 プリ処理プロセス（理解しやすいカテゴリ化を実装）

与えられた時系列データをカテゴリ化（離散化）し，ベイジアンネットワークで取扱うためのカテゴリデータを作成することを考える．以下，その概要を示す．

$p$  個の変数  $x_1, \dots, x_p$  とそれらの時刻  $t_1 < \dots < t_N$  における実現値である時系列データ

$$(2.1) \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1(t_1) & \cdots & x_p(t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(t_N) & \cdots & x_p(t_N) \end{bmatrix}$$

が与えられているとする．各  $i \in \{1, \dots, p\}$  に対し，変数  $x_i$  に関するデータ集合を

$$(2.2) \quad S_i = \{x_i(t) \mid t = t_1, \dots, t_N\}$$

とおく. この時, 多水準系のカテゴリデータを

$$(2.3) \quad \mathbf{X}_C = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1(t_1)) & \cdots & \varphi_p(x_p(t_1)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(x_1(t_N)) & \cdots & \varphi_p(x_p(t_N)) \end{bmatrix}$$

なる形で作成する. 但し,  $\varphi_i$  は適当な  $r_i (< N)$  個の要素からなるカテゴリデータ集合

$$(2.4) \quad C_i = \{c_{ik} \mid k = 0, \dots, r_i - 1\}$$

へと  $S_i$  を変換 (或いはクラスタリング) する写像 (全射)  $\varphi_i: S_i \rightarrow C_i$  を表す. 我々は, この写像  $\varphi_i$  を明示的に構成する一つの方法として, 元のデータ  $\mathbf{X}$  と分析結果との対応に対する理解のし易さの観点から, 基本的には

$$(2.5) \quad \varphi_i(x) = [(x - \mu_i) / \sigma_i]$$

( $\mu_i$  は  $S_i$  の平均値,  $\sigma_i$  は  $S_i$  の標準偏差,  $[x]$  は  $x$  以下の最大整数を表す) という, 標準化してその整数部分を取るという形の独自の変換式を用いている. 但し, 例えば元の時系列の非定常性が強いと判断される場合には, 時間区間を分割して各変数を現在と過去のものに予め振り分ける処理も必要に応じて加えるよう工夫している.

以降,  $\mathbf{X}$  を  $\mathbf{X}_C$  と同一視し, この第  $i$  列ベクトル成分をカテゴリデータとして持つ離散変数が  $x_i$  であると思なして取扱うことにする.

## 2.2 メイン処理プロセス (BDeu+タブーサーチを採用して実装)

$p$  個のノードで表現可能なベイジアンネットワークのDAG (Directed Acyclic Graph: 有向非巡回グラフ) 構造のすべての集合を  $G_p$  とし, プリ処理において構成した  $p$  個の離散変数  $x_1, \dots, x_p$  (正確には  $\varphi_1(x_1), \dots, \varphi_p(x_p)$  のこと) とそのデータ  $\mathbf{X}$  (正確には  $\mathbf{X}_C$  のこと) を用いて, スコアベースのアプローチにより最適な構造  $g \in G_p$  を学習する. 一般的なプロセスではあるが, 後のポスト処理の定式化につなげるために, 記号の準備を踏まえて概要を以下に示しておく.

構造  $g \in G_p$  を所与とする時, 各  $i \in \{1, \dots, p\}$  に対し,  $x_i$  に直接連結する親ノードの集合を  $\Pi_i \subset \{x_1, \dots, x_p\}$  とし,  $\Pi_i$  が状態として取り得るパターン数を  $q_i = \prod_{x_l \in \Pi_i} r_l$  で表すとする ( $r_l$  は離散変数  $x_l$  が取り得る水準の個数を表す). 各  $j \in \{1, \dots, q_i\}$  及び  $k \in \{0, \dots, r_i - 1\}$  に対し,  $\Pi_i$  が  $j$  番目のパターンを取った時に  $x_i = c_{ik}$  となる場合の数を

$n_{ijk}$  とし、条件付き確率パラメータ

$$(2.6) \quad \theta_{ijk} = P(x_i = c_{ik} \mid \Pi_i \text{ が } j \text{ 番目のパターン})$$

の  $i, j, k$  すべてに渡る和集合を  $\theta_g = \cup_{i,j,k} \{\theta_{ijk}\}$  とする. この時, 同時確率分布は

$$(2.7) \quad P(x_1, \dots, x_p \mid \theta_g, g) = \prod_{i=1}^p P(x_i \mid \Pi_i, \theta_g, g)$$

と表せて, データ  $\mathbf{X}$  を得た時の  $\theta_g$  に関する尤度関数 (多項分布) は

$$(2.8) \quad P(\mathbf{X} \mid \theta_g, g) = \prod_{i=1}^p \prod_{j=1}^{q_i} \frac{(\sum_{k=0}^{r_i-1} n_{ijk})!}{\prod_{k=0}^{r_i-1} n_{ijk}!} \prod_{k=0}^{r_i-1} \theta_{ijk}^{n_{ijk}}$$

と表せる. これに対する自然共役事前分布としてディリクレ分布

$$(2.9) \quad P(\theta_g \mid g) = \prod_{i=1}^p \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\Gamma(\sum_{k=0}^{r_i-1} \alpha_{ijk})}{\prod_{k=0}^{r_i-1} \Gamma(\alpha_{ijk})} \prod_{k=0}^{r_i-1} \theta_{ijk}^{\alpha_{ijk}-1}$$

を想定し, ベイズの定理を通して得られる事後分布

$$(2.10) \quad \begin{aligned} & P(\theta_g \mid \mathbf{X}, g) \cdot P(\mathbf{X} \mid g) \\ &= \prod_{i=1}^p \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\Gamma(\sum_{k=0}^{r_i-1} (\alpha_{ijk} + n_{ijk}))}{\prod_{k=0}^{r_i-1} \Gamma(\alpha_{ijk} + n_{ijk})} \prod_{k=0}^{r_i-1} \theta_{ijk}^{\alpha_{ijk} + n_{ijk} - 1} \end{aligned}$$

を  $\theta_g$  のまわりで周辺化して得られる周辺尤度

$$(2.11) \quad P(\mathbf{X} \mid g) = \prod_{i=1}^p \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\Gamma(\sum_{k=0}^{r_i-1} \alpha_{ijk})}{\Gamma(\sum_{k=0}^{r_i-1} (\alpha_{ijk} + n_{ijk}))} \prod_{k=0}^{r_i-1} \frac{\Gamma(\alpha_{ijk} + n_{ijk})}{\Gamma(\alpha_{ijk})}$$

をネットワークスコアと呼ぶ. 我々は, これを最大化させるような  $g \in G_p$  を, メタヒューリスティック探索アルゴリズム「タブーサーチ」 ([8-10]で提案され, [1,3]でベイジアン

ネットワークの構造探索への応用もある)を通して求めるようにしている. 本アルゴリズムを我々が具体的にどのように活用しているかのアプローチは後述する. ここで, ディリクレ事前分布のハイパーパラメータ  $\alpha_{ijk}$  の決め方においては, [22–25]等で一般に推奨されているネットワークスコア「BDeu (Bayesian Dirichlet equivalence uniform)」を構成可能なものを採用している. 即ち, [11]が提案した「尤度等価性 (likelihood equivalence)」を満たす十分条件の特別な場合に相当する, [5]が提案した制約  $\alpha_{ijk} = \alpha/(r_i q_i)$  の形を採用している. 尚, ESS (Equivalent Sample Size) パラメータ  $\alpha > 0$  は  $\alpha = 1$  としている.

最後に, タブーサーチによって DAG 構造の中から最適な構造を探索する具体的なアプローチを示す. 探索回数  $n$  の上限を  $n_{\max}$  (我々は  $n_{\max} = \infty$  をよく用いる), タブーリストのサイズを  $L$  (ノードの個数によって変えることがあるため一義的ではないが, 我々は標準的には  $L = 1000$  を, 少ない場合には  $L = 10$  をよく用いる),  $n = m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) の時点で BDeu (の対数) が最大となる DAG 構造及びその BDeu をそれぞれ  $\text{DAG}(m), \text{BDeu}(m)$  と表すことにする. この時, 以下のステップに従って探索を実行する:

### 1. ステップ0

まず, 初期の  $n = 0$  の時は互いに独立 (エッジなし) とした DAG 構造を  $\text{DAG}(0)$  と定めることにし,  $S = \text{DAG}(0), \text{BDeu}(0) = 0$  と初期化しておく.

### 2. ステップ $m$

次に,  $n = m - 1$  の時に  $\text{DAG}(m - 1), \text{BDeu}(m - 1)$  が求まったとして, 帰納的に  $n = m$  の時を考える. 今, DAG 構造  $S$  に対し, エッジ一本分の「追加」または「削除」または「向きの反転」を許す形で構成可能な全ての DAG 構造の近傍解 (但し,  $S$  自身は除く) を考慮し, それらを対象とした時に BDeu が最大となる DAG 構造及びその BDeu をそれぞれ  $\text{DAG}_{\text{best}}, \text{BDeu}_{\text{max}}$  と一時的に表すことにする. この時, 以下の場合分けにより  $\text{DAG}(m), \text{BDeu}(m)$  をそれぞれ決定する:

- $\text{BDeu}_{\text{max}} > \text{BDeu}(m - 1)$  の場合:

タブーリストに  $S$  と  $\text{DAG}_{\text{best}}$  の差異であるエッジ情報が既に記録されている場合はそれを最新の記録へと移動した上で,  $\text{DAG}(m) = \text{DAG}_{\text{best}}, \text{BDeu}(m) = \text{BDeu}_{\text{max}}, S = \text{DAG}_{\text{best}}$  と更新する.

- $\text{BDeu}_{\text{max}} < \text{BDeu}(m - 1)$  の場合:

タブーリストに  $S$  と  $\text{DAG}_{\text{best}}$  の差異であるエッジ情報が既に記録されている場合はそのまま据え置きとし, 記録されていない場合は新たに記録 (但し, もしサイズ  $L$  を超える場合は最古の記録を削除) した上で,  $\text{DAG}(m) = \text{DAG}(m - 1), \text{BDeu}(m) = \text{BDeu}(m - 1), S = \text{DAG}_{\text{best}}$  と更新する.

### 3. 終了 (収束) 条件

各  $m$  毎に上記 2 を繰り返して  $n > n_{\max}$  となるか, 或いは  $\text{BDeu}(m)$  が最大 50 回まで変化しなくなった場合に, 探索を終了し, 最終的な結果  $\text{DAG}(m)$  を最適解として出力する.

上記の我々のアプローチにおいてはランダムに変化するようなパラメータを採用していないため、前提条件である  $n_{\max}$  や  $L$  の値を変えない限り、探索後の結果は（厳密解を返すことは保証されないが大域的な探索を経て常に同じ解を返せる安定性を優先して）一意的に求まるものとなっている。但し、扱う実問題の規模（時系列データのサイズで言えば、 $N$  は数百～数万、 $p$  は数個～数百個であるケースが多い）によってエッジの個数が多くなり探索時間が掛かることもある（例えば、我々の計算機環境では 2.3GHz, 2coreCPU, 4GB メモリ程度の目安で多くの場合 1 時間も掛からず終了するが、非線形性が元々大きくないようなケースで稀に 24 時間以上掛かる）が、そのような場合には、必要に応じて親ノードとなり得る個数に予め上限を設けた制約内で探索できるような支援機能も実装している。

尚、後述する第 3 節における各適用事例の中で扱っている時系列データのサイズとそれらに対する構造探索に概ね掛かった探索時間を参考として Table 1 に挙げておく。但し、3.4 節での  $N = 12800$  は  $320s \times 2$  セッション  $\times 20$  名分を全て連結して扱ったものである。

Table 1. Each data size and structure exploration time in section 3.

	$N$	$p$	Exploration time [s]
Subsection 3.1	500	3	1
Subsection 3.2	4000	3	2
Subsection 3.3	5750	70	180
Subsection 3.4	12800	3	3

## 2.3 ポスト処理プロセス（独自に定式化して実装）

ベイズ理論とは切り離れたプロセスとして、メイン処理において得られた最適な構造  $g \in G_p$  に対し、所定の部分構造を抽出する独自の処理や構造全体の可視化を行う。特に前者は具体的には、目的とする変数（子ノード）を例えば  $x_i$  として指定した時、 $x_i$  に辿り着く  $g$  の部分構造（即ち、 $x_i$  の親ノードがなす階層構造）を必要に応じて過不足なく自動抽出する処理である。本処理は、 $g$  の構造全体を可視化した時の結果が大きすぎて複雑になる場合、我々が特に注目したい部分構造のみを手軽に抜粋して着眼点の絞込みが効率的に行えるようにする、という実用的なニーズに応える支援機能として開発したものである。以下には、本処理を定式化した概要を示す。

まず、各  $i, s \in \{1, \dots, p\}$  に対し、 $g$  において  $x_i$  を子ノードとした時に最少で  $s$  個のエッジを経由して辿り着くような親ノードを「第  $s$  階層親ノード」と呼ぶことにし、そのすべてからなる集合  $H_i(s)$  の具体的な表示を求めることを考える。便宜上、

$$(2.12) \quad H_i(0) = \{x_i\}$$

と定義する. 第 1 階層親ノードの集合は

$$(2.13) \quad H_i(1) = \Pi_i = \{x_{l(i,1,1)}, \dots, x_{l(i,1,n(i,1))}\}$$

なる形で表示でき, これは実際に  $g$  に付随して自動抽出することも容易である. 但し,  $n(i,1) = |H_i(1)|$  は  $H_i(1)$  の濃度, 各  $l(i,1,1), \dots, l(i,1,n(i,1)) \in \{1, \dots, p\}$  はインデックスを表す. そこで, この  $\Pi_1, \dots, \Pi_p$  を用いた表示を考えることにすると, 一般の第  $s$  階層親ノードの集合  $H_i(s)$  は,  $H_i(s-1)$  の各要素に対する第 1 階層親ノードのうち  $H_i(1), \dots, H_i(s-1)$  の何れの集合にも属さないものすべての集合, 即ち,  $s \geq 2$  に関して逐次的に

$$(2.14) \quad H_i(s) = \left( \bigcup_{n=1}^{n(i,s-1)} \Pi_{l(i,s-1,n)} \right) \cap H_i(s-1)^c = \{x_{l(i,s,1)}, \dots, x_{l(i,s,n(i,s))}\}$$

なる形で求められる. 但し,  $n(i,s) = |H_i(s)|$  は  $H_i(s)$  の濃度, 各  $l(i,s,1), \dots, l(i,s,n(i,s)) \in \{1, \dots, p\}$  はインデックスを表し,  $H_i(s-1)^c$  は  $H_i(s-1)$  の補集合を表す. ここで,  $g \in G_p$  自身が DAG 構造であることから, ある最大階層数  $s(i) \in \{0, 1, \dots, p-1\}$  で

$$(2.15) \quad H_i(s) \begin{cases} \neq \emptyset & \text{if } s \in \{0, 1, \dots, s(i)\} \\ = \emptyset & \text{if } s \in \{s(i) + 1, \dots, p\} \end{cases}$$

( $\emptyset$  は空集合を表す) となるものが必ず存在する.

次に,  $g$  において含まれるエッジのすべて, 即ち, 子ノード  $x_m$  とその第 1 階層親ノード  $x_l$  のペア  $(x_l, x_m)$  のすべてからなる集合を

$$(2.16) \quad E_g = \bigcup_{l=1}^p \bigcup_{m=1}^p \{(x_l, x_m) \mid x_l \in \Pi_m\}$$

で表すとする. 各  $i, s \in \{1, \dots, p\}$  に対し, 便宜上,

$$(2.17) \quad L_i(0) = \bigcup_{l=1}^p \{(x_l, x_i) \in E_g \mid x_l \in \Pi_i\}$$

と定義し,

$$(2.18) \quad L_i(s) = \bigcup_{l=1}^p \bigcup_{m=1}^p \{(x_l, x_m) \in E_g \mid x_l \in \Pi_m, x_m \in H_i(s)\}$$

とおく. この時,  $L_i(s)$  は  $H_i(s)$  の各要素  $x_m$  にとって第 1 階層親ノードである  $x_l$  とのペア  $(x_l, x_m)$  のすべてからなる  $E_g$  の部分集合を表している.

以上を実装することにより,  $x_i$  を子ノードとする  $g$  の階層部分構造全体を表す最大部分グラフ  $g^{(i)}$  は,  $x_i$  の第  $s(i)$  階層までの親ノードをすべて含んだ  $\bigcup_{s=0}^{s(i)} H_i(s)$  をノード集合,  $\bigcup_{s=0}^{s(i)} L_i(s)$  をエッジ集合とする DAG 構造として過不足なく自動抽出できる.

## 2.4 簡単な具体例

ポスト処理プロセスにより所定の階層部分構造全体が自動抽出されるイメージを  $p = 6$  の場合に Fig.2 に示す. 本例においては, 与えられた DAG 構造  $g \in G_6$  から  $x_6$  を子ノードとする最大部分グラフ  $g^{(6)}$  を抽出しており,  $x_6$  に辿り着く構造を  $x_6$  から逆向きに辿りつつ抽出するようなイメージである. 本例の詳細を, 具体的な数式と共に以下に示す.

構造  $g$  における各ノード  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  に直接連結する第 1 階層親ノードの集合はそれぞれ

$$(2.19) \quad \begin{aligned} \Pi_1 &= \{x_2, x_4\}, \Pi_2 = \{x_3\}, \Pi_3 = \{x_4\}, \Pi_4 = \emptyset, \Pi_5 = \{x_1, x_4\}, \\ \Pi_6 &= \{x_2, x_3\} \end{aligned}$$

と表せる. 故に, 各  $s \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  に対し,  $x_6$  の第  $s$  階層親ノードの集合  $H_6(s)$  を定義に従って求めれば,

$$(2.20) \quad \begin{aligned} H_6(0) &= \{x_6\}, H_6(1) = \Pi_6 = \{x_2, x_3\}, \\ H_6(2) &= (\Pi_2 \cup \Pi_3) \cap H_6(1)^c = \{x_4\}, H_6(3) = \Pi_4 \cap H_6(2)^c = \emptyset, \\ H_6(4) &= \emptyset \cap H_6(3)^c = \emptyset, H_6(5) = \emptyset \cap H_6(4)^c = \emptyset, \\ H_6(6) &= \emptyset \cap H_6(5)^c = \emptyset \end{aligned}$$

として求まり, 最大階層数は  $s(6) = 2$  である. 同様に,  $g$  のエッジ集合は

$$\begin{aligned}
 (2.21) \quad E_g &= \bigcup_{l=1}^6 \bigcup_{m=1}^6 \{(x_l, x_m) \mid x_l \in \Pi_m\} \\
 &= \{(x_2, x_1), (x_4, x_1), (x_3, x_2), (x_4, x_3), \\
 &\quad (x_1, x_5), (x_4, x_5), (x_2, x_6), (x_3, x_6)\}
 \end{aligned}$$

である故, その部分集合  $L_6(s)$  を定義に従って求めれば,

$$\begin{aligned}
 (2.22) \quad L_6(0) &= \bigcup_{l=1}^6 \{(x_l, x_6) \in E_g \mid x_l \in \Pi_6\} \\
 &= \{(x_2, x_6), (x_3, x_6)\}, \\
 L_6(1) &= \bigcup_{l=1}^6 \bigcup_{m=1}^6 \{(x_l, x_m) \in E_g \mid x_l \in \Pi_m, x_m \in H_6(1)\} \\
 &= \{(x_3, x_2), (x_4, x_3)\}, \\
 L_6(s) &= \bigcup_{l=1}^6 \bigcup_{m=1}^6 \{(x_l, x_m) \in E_g \mid x_l \in \Pi_m, x_m \in H_6(s)\} \\
 &= \emptyset \quad \text{if } s \in \{2, 3, 4, 5, 6\}
 \end{aligned}$$

として求まる. 以上により,  $g^{(6)}$  の構造が

$$\begin{aligned}
 (2.23) \quad \bigcup_{s=0}^{s(6)} H_6(s) &= \{x_2, x_3, x_4, x_6\}, \\
 \bigcup_{s=0}^{s(6)} L_6(s) &= \{(x_3, x_2), (x_4, x_3), (x_2, x_6), (x_3, x_6)\}
 \end{aligned}$$

をそれぞれノード集合, エッジ集合とする DAG 構造として完全に抽出される.

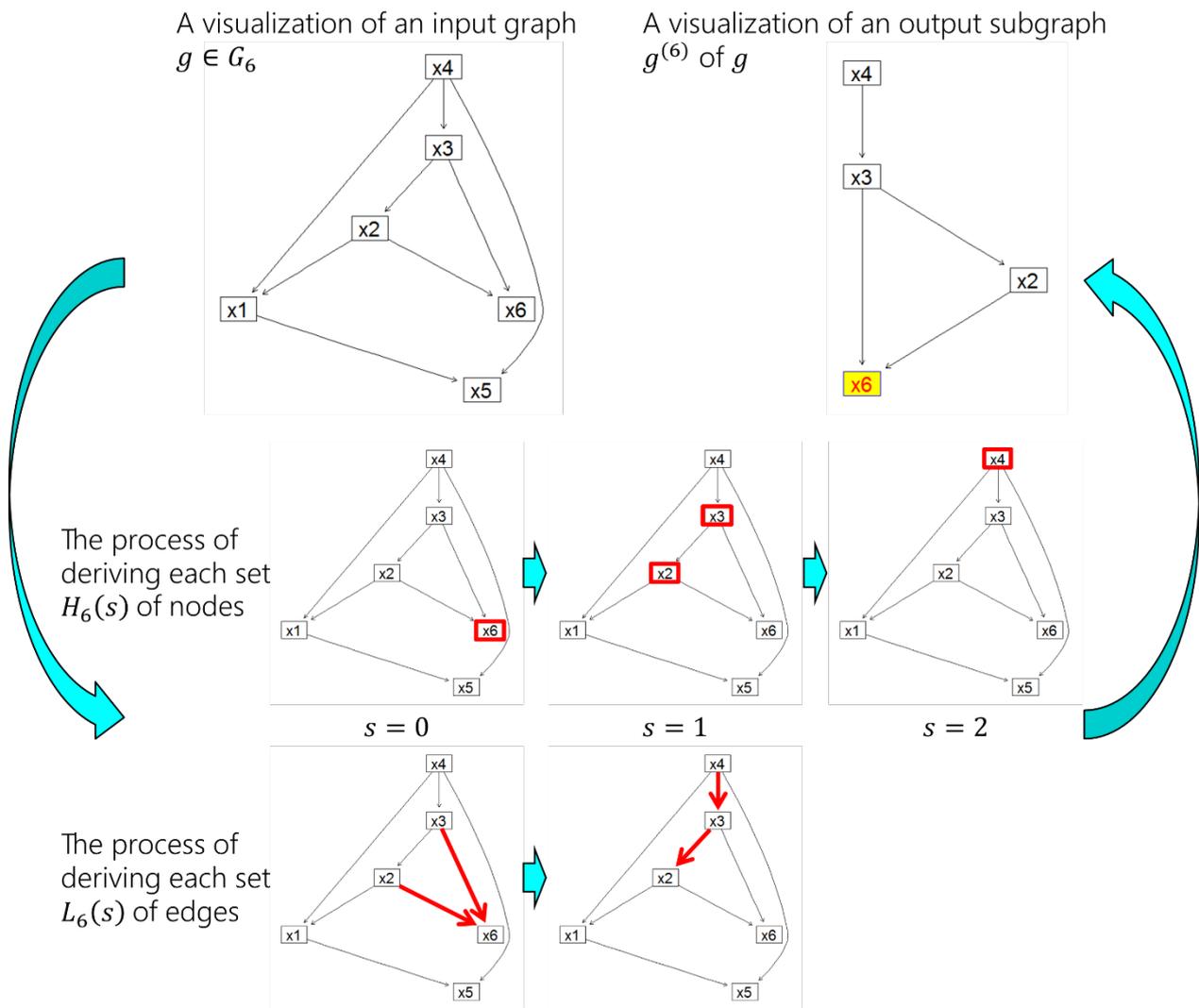


Fig. 2. An example of automatically extracting a maximal subgraph  $g^{(6)}$  which consists of all the higher-level hierarchy parent nodes of node  $x_6$ .

### 3. 適用事例

本節では、実際に開発領域で得られた時系列データに対して「グラフ構造化分析」の適用を試みた幾つかの事例を示し、工学的な視点に沿った時に妥当な知見につながる結果であるかの解釈を通して実用性を考察する。本手法では、時間の概念（時間的な依存関係）を敢えて明示的に与えずとも、得られるグラフ構造には部分的ではあるが時間の概念を内包するような依存関係が自然と現れる、という独特の効果を発揮できることが分かる。このことを確認するためにも、ステップとして、まずは単純な題材で簡易的に適用した事例

を示し、その後、実際の開発領域の複雑な題材で具体的に適用した事例を示す。

### 3.1 単純モデル

ここでは、時間の概念が“非線形”なる依存関係として（完全な線形関係にある変数が対象だとそもそも尤度に差が生まれず適用に相応しくないため）厳密に定義された単純な決定論的モデルの一つである「ロジスティック写像」の一種

$$(3.1) \quad u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n) = 4u_n - 4u_n^2 \quad (n = 1, \dots, 500)$$

を考え、これに基づき構成した三点の時系列データ

$$(3.2) \quad x_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{499} \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} u_1^2 \\ \vdots \\ u_{499}^2 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} u_2 \\ \vdots \\ u_{500} \end{bmatrix}$$

に対して適用した簡易的な事例を示す。この三点間には、

$$(3.3) \quad x_3 = 4x_1 - 4x_2, x_2 = (x_1 \text{の各成分の二乗})$$

なる真の関係性があることに注意しておく。グラフ構造化分析を通して、この三点間の関係性を示唆するグラフ構造が得られるかどうかを検証した。

三点に対する時系列プロットと散布図、並びに適用結果をFig.3に示す。結果として、本事例では真の関係性を自然と再現する、 $x_1$  から  $x_2$  に向かうエッジと  $x_1, x_2$  から  $x_3$  に向かうエッジからなる分かりやすいグラフ構造が得られた。ここで、各エッジが示す関係性の意味を考えると、 $x_1$  から  $x_2$  に向かうものは時間とは無縁の変数変換（二乗）に伴う依存関係であるが、 $x_1, x_2$  から  $x_3$  に向かうものは時間的な依存関係である。このことから、本手法では、時間の概念を明示的に与えずともこれを内包するような依存関係がグラフ構造の一部に自然と現れ、(3.3)式による依存関係を示唆できていると考えられる。

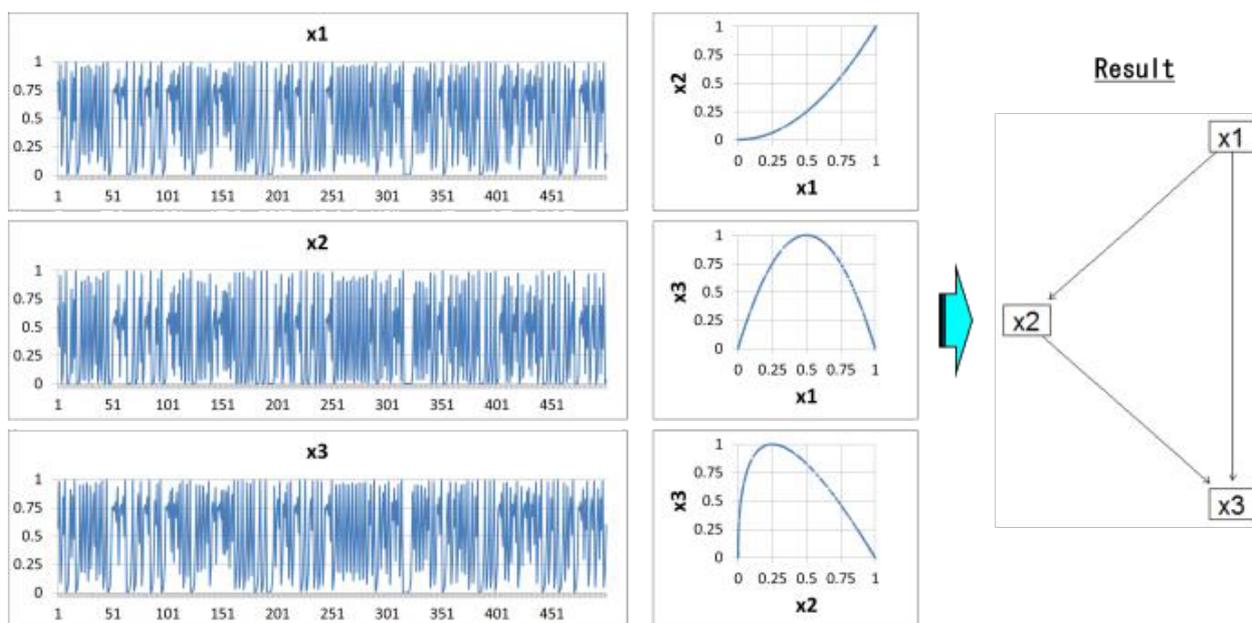


Fig. 3. 1D time series plots and 2D scatter plots for 3 nodes  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$ , and the result of analyzing the relationship among nodes.

### 3.2 空力（実測した数点を対象に）

ここでは、自動車の空力を題材に、時間の概念を（厳密ではないが）含むことが期待される代表的な数点に着目し、それらの点で実測した車体表面圧力の時系列データに対して適用した簡易的な事例を示す。ループに沿って風が滑らかに流れるような簡易自動車模型（[13]を参照）を用いて、そのセンターライン上に三点  $x_1, x_2, x_3$  を取る（Fig.4）。この三点において同時計測した車体表面圧力の時系列データに対し、それらの関係性がどのように構造化されるかを評価した。

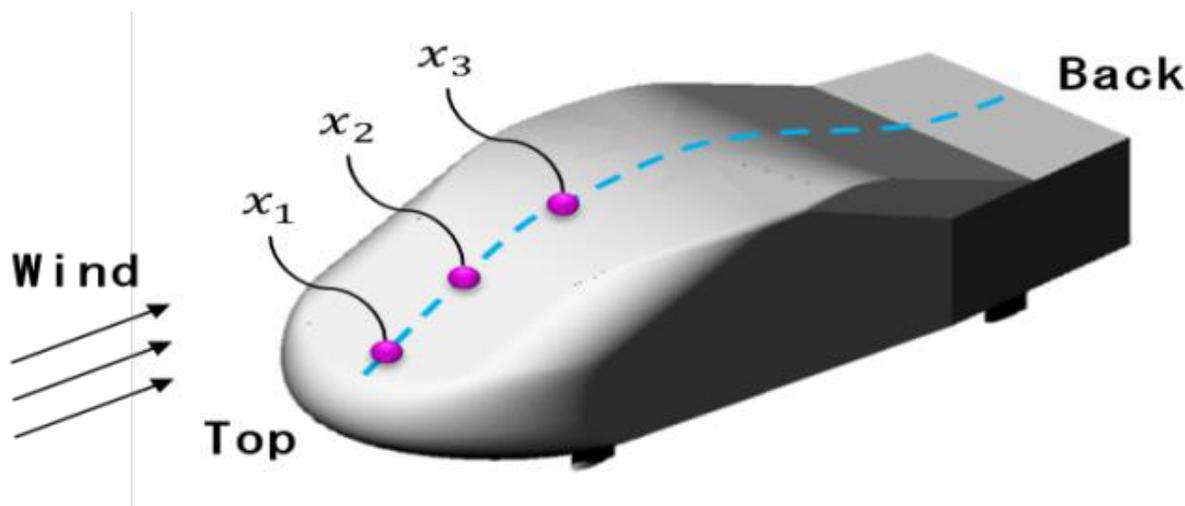


Fig. 4. Measurement points (nodes)  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  of aerodynamic pressure fluctuations on the simple-car model.

風速が 5.0m/s と 13.8m/s の二つの場合をそれぞれ対象にした，三点に対する時系列プロットと散布図，並びに適用結果を Fig.5 に示す．三点  $x_1, x_2, x_3$  に対して得られるグラフ構造のパターンとしては，

- (1)  $x_1$  から  $x_2$  に向かうエッジと  $x_2$  から  $x_3$  に向かうエッジからなるグラフ構造
- (2)  $x_1$  から  $x_2$  に向かうエッジと  $x_1$  から  $x_3$  に向かうエッジからなるグラフ構造
- (3)  $x_1$  から  $x_2$  に向かうエッジと  $x_2$  から  $x_3$  に向かうエッジと  $x_1$  から  $x_3$  に向かうエッジからなるグラフ構造

の何れかになることを期待した（グラフ構造化分析の中ではあくまで， $x_1, x_2, x_3$  は恣意的に依存関係を一切与えず，単なる時系列データを持つ変数として取扱ったため，どんな結果が返るかは決して自明なことではなく，(1)～(3)の何れかになるとも限らないことに注意）．結果として，何れの風速の場合においても，本事例では共通して(1)のパターンによるグラフ構造が得られた．つまり，時間軸の方向を自然と示唆するような，前方から後方へと風が流れていくイメージに合う関係性が支配的に現れた．このことから，本手法では，実測の時系列データに対しても時間の概念をやはり内包するような依存関係がグラフ構造の一部に見出せる可能性を有すると考えられる．

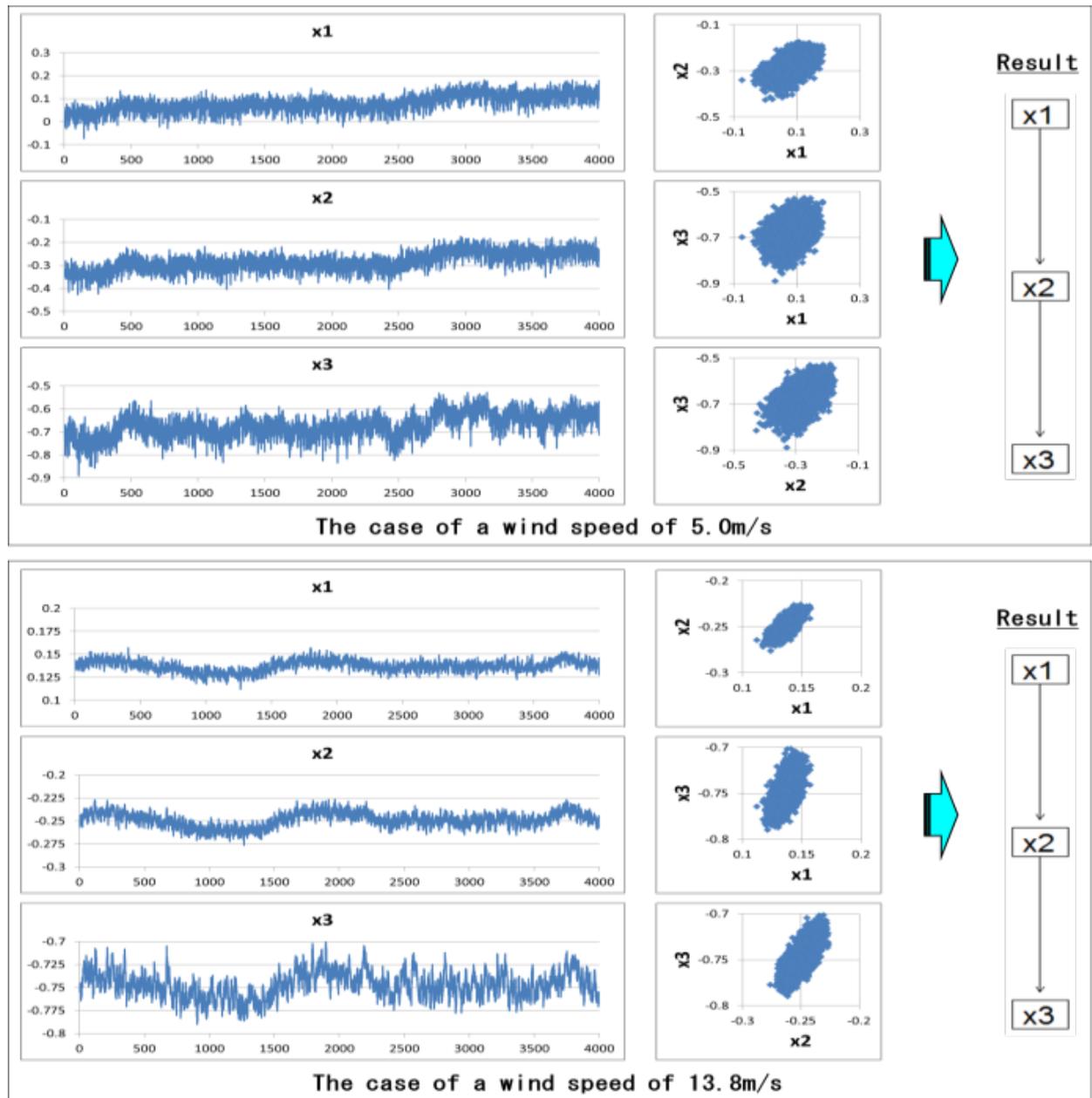


Fig. 5. 1D time series plots and 2D scatter plots for 3 nodes  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$ , and the results of analyzing the relationships among nodes (2 cases of wind speeds of 5.0m/s and 13.8m/s).

### 3.3 空力（実測した多点を対象に）

ここでは、自動車の空力を題材に、多点で実測した時系列データに対して適用した具体的な事例を示す。まず背景として、自動車周りにおける空気の流れ場は、時空間で変動す

る複雑な流れ場である．自動車の空力性能に影響を及ぼす流れ場を解明するため，従来から流れ場の実験計測やシミュレーションの結果に対して様々な可視化の取組みが行われてきている．例えば，流れ場において重要な渦の可視化においては，渦領域型（スカラー物理量を用いて等値面で可視化）と渦中心型（渦の中心を線で可視化）の二つの方法（[30]でのRegion型とLine型に相当）があり，前者では，速度勾配の第二不変量 $Q$ を用いた手法（ $Q$ 法）[12]や旋回運動によって圧力低下が発生している領域（ $\lambda_2$ 法）[14]が，後者では，旋回運動する平面上の速度が0となる線（ $pV_3$ 法）[21]が，一般的に用いられる．また，複雑な流れ場の情報量（次元）を削減する観点の方法においては，固有直交分解（Proper Orthogonal Decomposition, POD）[2]や動的モード分解（Dynamic Mode Decomposition, DMD）[20]が知られている．一方で，これらを介した時空間的な可視化の結果やその元となる時系列データから知見を発掘するためには，何れも目視を通して特徴的な流れ場を抽出することが必要であり，流れ場が複雑になるほど人力では限界が生じるため，これを打破する新たなソリューションの創出が課題となる．その一つの鍵として，特徴的な流れ場を理解するヒントとなる着眼点を客観的・効率的に獲得できるようなデータ分析のアプローチへの期待が高まっている．

さて，これまでに可視化を通じた工学的な視点による知見から，Fig.6に示すような自動車周りの渦構造が空気抵抗を増大させることが知られている（[16,17]を参照）．空気抵抗の増大には「Ⅰ．後曳き渦」の強さが支配的であるが，更にこの渦は，「Ⅱ．フロントピラー渦」，「Ⅲ．ボディサイド渦」，「Ⅳ．床下渦」により形成されている．これらの流れを基本にして考えると，Fig.7の(a)に示すように，空気抵抗の大きな車での流れは渦Ⅱが強くなり，渦Ⅲがフロントウィンドウ後方へ巻き込まれ，トランクデッキ上で複雑な流れになる．一方，空気抵抗の小さな車での流れは，Fig.7の(b)に示すように，ルーフからの流れとボディサイドの流れがそれぞれの面に沿って平行に流れることが知られている．

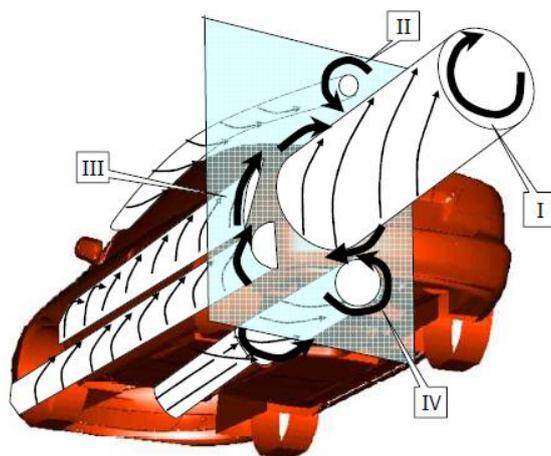


Fig. 6. Schematic flow image around vehicle ([17]: Fig.23).

(この図は、車両の左半分の渦構造を示したもの。Ⅰは後曳き渦，Ⅱはフロントピラーからの渦で、ルーフを通り、後曳き渦を強化する。Ⅲはフロントホイール周りから発生する二つのボディサイドの渦，Ⅳは床下の渦。Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの渦が強化されれば，Ⅰの後曳き渦が強化される。)

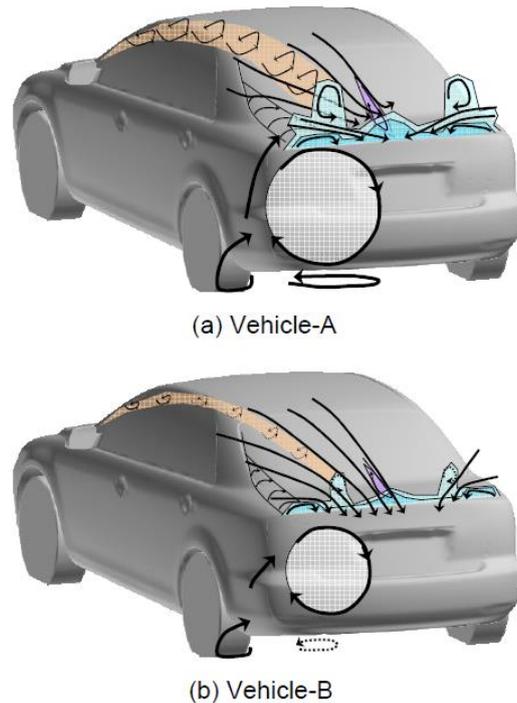


Fig. 7. Relationship between flow image around vehicle and aerodynamic drag ([17]: Fig.43).

(a)空気抵抗の大きな流れ構造：ボディサイドの渦がトランクデッキへ流れてフロントピラーの渦と混合し，トランクデッキ上の流れが複雑な三次元的流れになっている。(b)空気抵抗の小さな流れ構造：ボディサイドからトランクデッキへの流れと，フロントピラーの流れが弱く，トランクデッキ上の流れがルーフからの流れに沿った二次元的流れになっている。)

以上の知見について，ここでは実車両で実測した圧力の時系列データを基にグラフ構造化分析からも支持される，という仮説を検証する．例えば風洞実験を通して車体表面圧力を多点で同時計測した時系列データに対し，車体の前方から後方にかけて影響関係の有無を評価する必要がある．ところが，実測したデータから各計測点同士の影響関係を構造化できるような手法はこれまでに確立されていなく，例えば従来からある相関分析では，非線形性の強い現象や物理的に離れた部位に対する関係性を客観的に捉え切ることが難しい。

そこで、これらの関係性を柔軟に捉えて構造化できる可能性を有するグラフ構造化分析を活用することで、上述の難しさを緩和し、尚且つ、相関では判らない“向き”も含めて知るための拠り所になるのではないかと考えた。

風洞実験で取扱った各計測点とその幾つかの時系列データのイメージをFig.8に示す。背面の圧力計測点は渦Ⅰ，サイドの点は渦Ⅲ，リアウィンドウとトランクデッキの点は渦Ⅱの影響をそれぞれ受けて圧力変動するものと考えた。計測車両は，ベース仕様車と三つの渦Ⅱ・Ⅲ・Ⅳの改善を施した空力改善仕様車の二つの仕様を対象とした。計測した時系列データから多点同士の影響関係をそれぞれ構造化することにより，仕様間での共通の傾向や差異がどのように見出せるかを評価した。

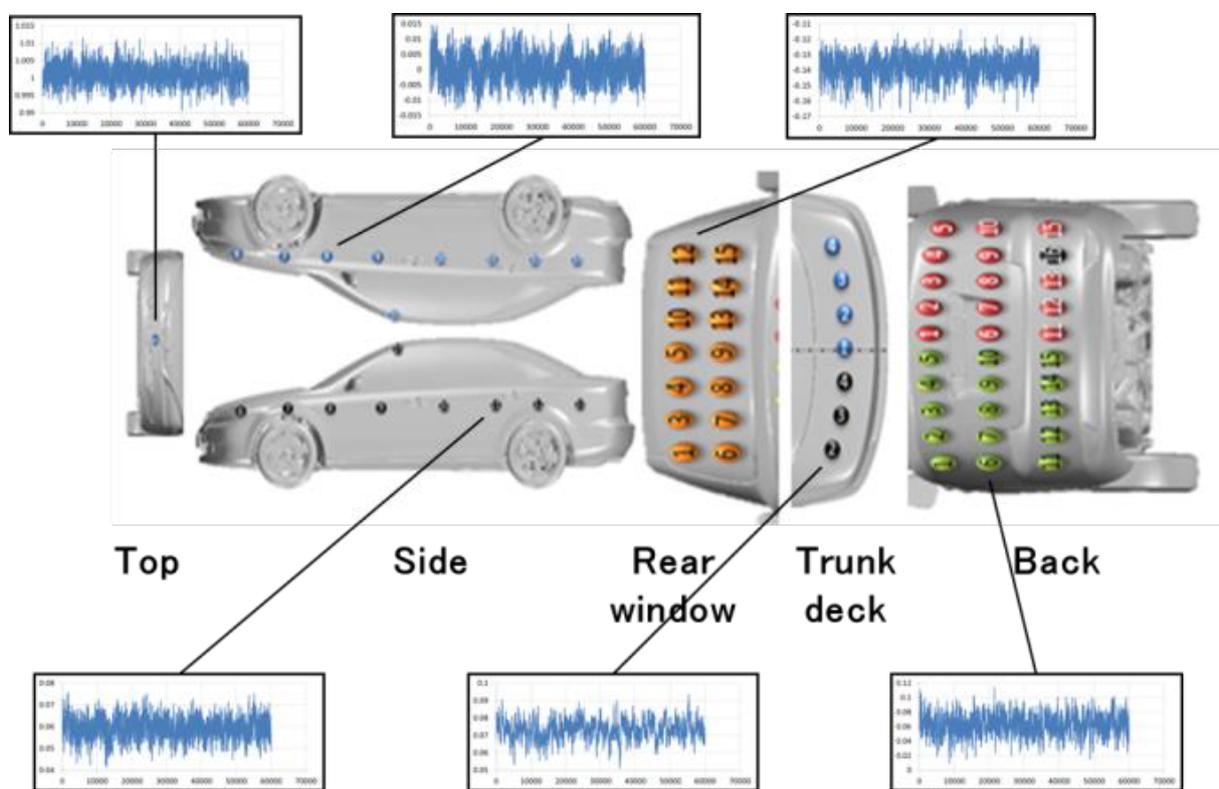


Fig. 8. Measurement points (nodes) of aerodynamic pressure fluctuations on the car body surface and some images of their time series data.

結果をFig.9に示す。車のイメージを背景にしてグラフ構造を上書き表示する形で，上半分にベース仕様車での分析結果を，下半分に空力改善仕様車での分析結果をそれぞれ可視化している。

結果を解釈すると，まず共通の傾向としては，データ処理の上で物理的な制約を全く恣意的に与えていないにもかかわらず，ボディサイドの前方から後方へと向かう支配的な関係性が見られる。このことは，プリ処理を通してカテゴリ化した圧力の分布間に潜む関係

性の中に、明示的に与えずとも偏りとして時間の概念が内包されており、結果として、見えない渦の広がりを持つようにして自然な流れの方向をボディサイドで柔軟に捉えることができたものと我々は考えている。次に差異としては、ベース仕様車ではボディサイドから背面へと向かう支配的な関係性（薄い赤で最も太く示している矢印）や、背面から床下へと向かう支配的な関係性（薄い赤で少し太く示している矢印）が見られるが、空力改善仕様車ではそれらが全く見られない。このことは、上述した仮説を支持し、流れ改善対策の効果が出ていることを改めてデータ分析視点から示唆できているものと考えられる。

尚、ベース仕様車と空力改善仕様車のそれぞれにおいて、自然な流れの方向とは反対に、背面またはトランクデッキからトップへと向かう関係性も見られた。しかしながら、トップだけは「よどみ点」（即ち、他の計測点とは異なって高圧且つ変動の小さな点であり、物理的には流れが物体に衝突し速度が0となる特異点）の近傍に位置しており、トップは特異点として依存関係は出ないことが本来は望ましい。この結果は、実車両での実験上のばらつきから生じたと考えられたため、この依存関係は特異点として無視して考える。それよりも、ここでは、実用的な流れ場の理解を支援する上で、上述したように依存関係を恣意的な方向付けなしに示唆できることや、流れ改善対策の効果を定量的に表現できることの方が重要である。後者の定量的な表現としては、例えば背面において上から下へと流れる一様流を生み出しているかの効果を評価するために背面の上段と中段の計測点間で顕在化した依存関係（エッジの本数）に着目すると、中段から上段へと逆向きに向かっているエッジがベース仕様車では計13本中8本も見られるのに対し、空力改善仕様車では計11本中3本のみとなっており、約2倍の改善効果があったと客観的に評価することが可能である。

本事例においては以上のような解釈ができ、工学的な視点との妥当な整合性が取れることから、本手法が上記で示したような時系列データに対して実際に有効な可視化を提供できる実用性を持つことを確認できた。

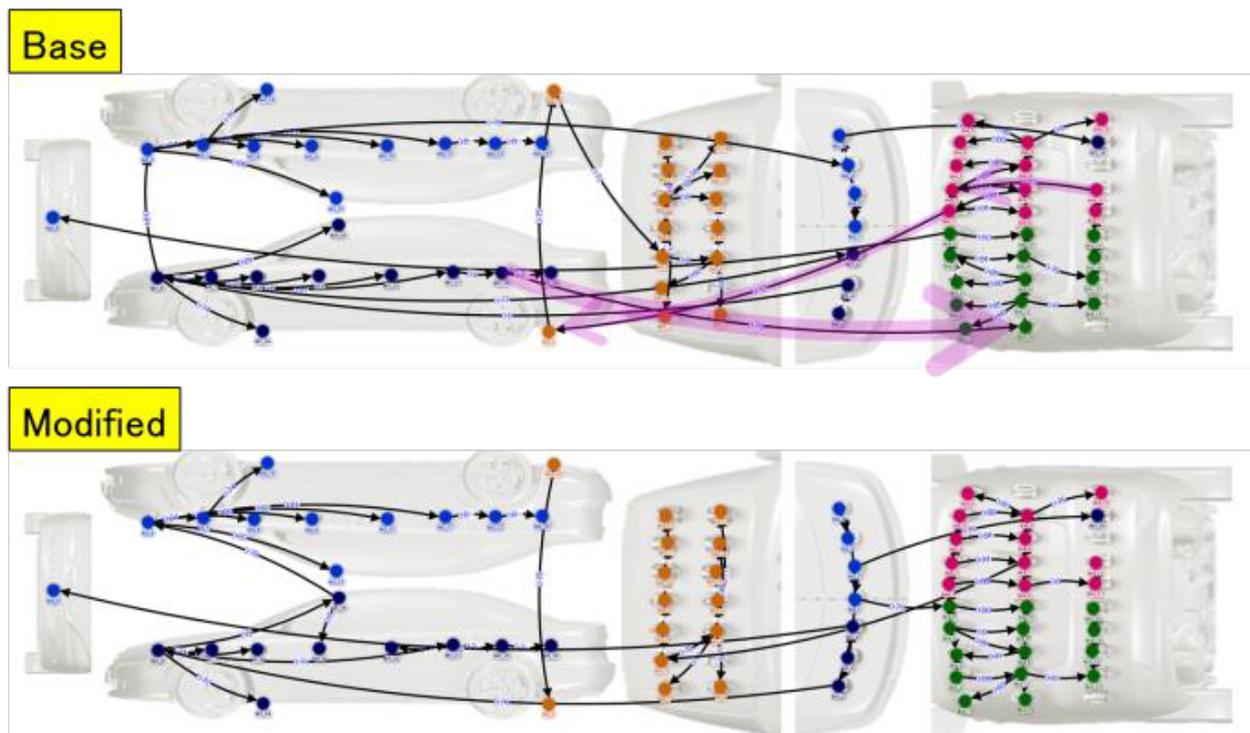


Fig. 9. Results of analyzing and visualizing the relationships among nodes.

### 3.4 脳 (MRI)

ここでは、前節までとは全く系統の異なる対象として、ヒトの脳活動を題材に、多点で実測したMRIの時系列データに対して適用した具体的な事例を示す。自動車の運転は視覚・聴覚といった様々な入力情報を得て状況を判断し、各状況に応じた運転行動（出力）を行っている。例えば、視覚からの入力によってステアリングを左に操作する場合、入力箇所や出力箇所を変えることはなく、入出力間の処理に違いが生じることで最終的な出力値（運転行動）が変化すると考えられる。そこで、ヒトの脳活動に着目し、MRIを活用することで、入出力間の処理を可視化することに取り組んだ。

これまで運転中の脳活動において、各知覚の入力情報の具体的な情報伝達経路や間を中継する部位等は明らかになっていない。従って、運転中の脳活動を単純に計測するだけでは、内容を解明することが難しい。従来からの脳科学の枠組みで閉じた場合には、幾つかの脳部位を独立成分として一纏めにして捉えた上で、それらの間の結合性を評価[28]、または、状態遷移を可視化[6]するような先行研究が行われている。一方で、先述したように、運転には自車や他車の挙動によって変化する道路状況、エンジンの音、身体の動きといった様々な情報入力を処理することが伴うため、それらに関連する脳部位は視覚野、聴覚野、運動野といった脳全体に渡ることが想定される。そのため、運転が関与した時に特徴的な

脳部位をどのように一纏めに捉えるべきかの知見や、運転している時のヒトの脳における情報処理について、従来の研究では脳活動の局在に焦点が置かれ、着目すべき脳部位への情報の入出力を明らかにする目的に適したアプローチは確立されていない。この問題に対し、グラフ構造化分析を活用することで、運転中の脳活動における入出力の解明を加速できるのではないかと考えた。

今回、運転中の脳活動に対するグラフ構造化分析の適用可能性について考察するため、Fig.10に示す異なる知覚からの入力に応じた単純な課題を用意して実施した。即ち、視覚反応や聴覚反応に関する課題を用意し、右利き被験者20名を対象に、入力する視覚刺激の色変化や音刺激がランダムなインターバル（3s, 4s, 6s, 9s, 13s, 18sのうちのどれかであり事前に予測することはできない）で生じる課題をMRI装置内で実行した。被験者は色変化や音刺激に対して、右手に持ったボタンを親指でできるだけ素早く押すことで回答するように求められた。各課題は2セッションずつ行われ、色変化や音刺激は1セッション当たり36回ずつ提示された。MRI装置はシーメンス社の3T MRI「MAGNETOM Verio」を使用し、機能的MRIは、Multiband gradient-echo EPI法（同時撮像スライス数：8、撮像の繰り返し時間TR(Repetition Time): 1000[ms], エコー時間TE(Echo Time): 31[ms], 空間解像度:  $2 \times 2 \times 2\text{mm}^3$ )を用いて、全脳をカバーするように計測を行った。各課題における平均反応時間は、視覚反応課題では406.42[ms], 聴覚反応課題では385.89[ms]であった。

(a)視覚反応課題は、『目の前の画像の十字色が変わったら、右手でボタンを押す』という非常に単純な課題である。本課題を被験者20名に実施すれば、脳科学的に知られる『視覚野から運動野への処理プロセスがある』という従来知見（[7]を参照）がグラフ構造化分析からも読み取れる、という仮説が考えられる。

(b)聴覚反応課題は、『音が鳴ったら、右手でボタンを押す』という非常に単純な課題である。本課題を被験者20名に実施すれば、脳科学的に知られる『聴覚野から運動野へ処理プロセスがある』という従来知見（[7]を参照）がグラフ構造化分析からも読み取れる、という仮説が考えられる。

この(a)・(b)の各仮説の検証を行うことで、上述の適用可能性について考察する。

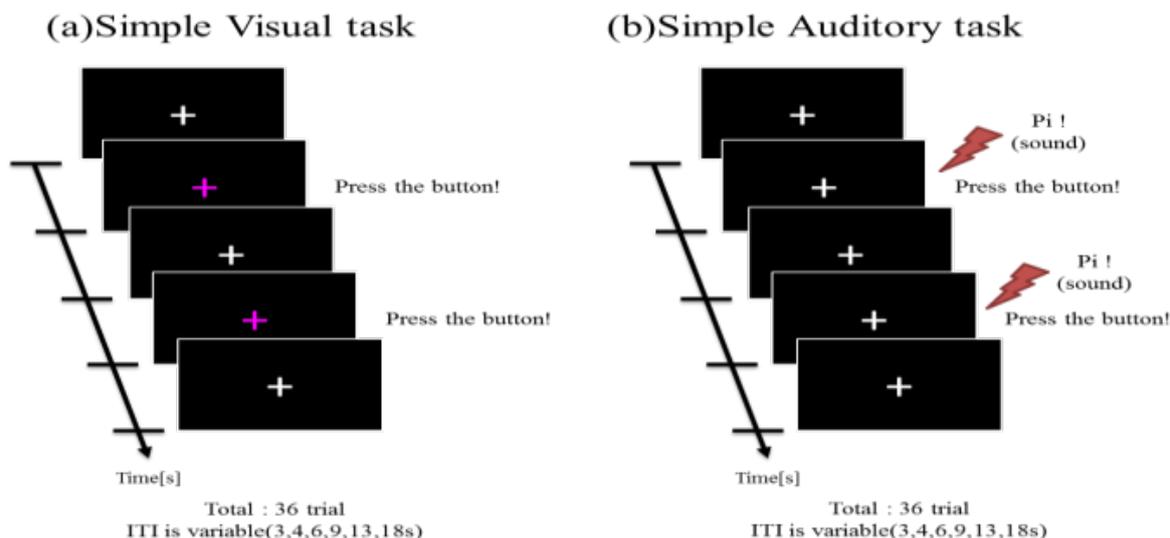


Fig. 10. Outlines of “(a) Simple Visual task” and “(b) Simple Auditory task”.

それぞれの検証においては，課題を遂行中の脳活動を実測したMRIの時系列データ（視覚野，聴覚野，運動野の各部位にフォーカスし，各課題においては3変数ずつ）を活用した．具体的には，従来のMRI解析方法に準じて，Table 2に示す課題毎に活動した脳部位を算出し，活動信号としてBOLD信号\*<sup>1</sup>[15]を抽出（[27]，並びに[4]のMarsBaRを使用）して活用した．ここで，Table 2には抽出したBOLD信号の脳内でのMNI座標系\*<sup>2</sup>(x,y,z)を示しており，座標に対応した神経解剖学的ラベル（Name）を記す．本節では入力と出力を分かり易くするため，

- (1)視覚野（視覚入力部位）はVisual Input
- (2)聴覚野（聴覚入力部位）はAuditory Input
- (3)運動野（運動出力部位）はMotor Output

と表記する．R/Lは，右脳/左脳を意味する．また，Condition列における大小関係は，(a)・(b)の入出力を多重比較法で検定した際に，視覚野が有意の部位 (Visual>Auditory)，並びに聴覚野が有意の部位 (Auditory>Visual) を意味している．上記(1)は紡錘状回 (Fusiform gyrus) のことを示しており，これは色情報の処理を司る脳部位として知られ，(a)が色の変化を入力として反応する課題であることからこの部位が抽出されている．上記(2)は一次聴覚野 (Primary auditory cortex) のことを示しており，これは音情報の処理を司る脳部位として知られ，(b)が音を入力として反応する課題であることからこの部位が抽出されている．(a)・(b)に共通となる上記(3)は一次運動野 (Primary motor cortex) のことを示しており，これは

\*<sup>1</sup> Blood Oxygen Level Dependent の略．局所神経活動の程度を反映する．

\*<sup>2</sup> Montreal Neurological Institute の略．ヒト脳機能イメージング研究においては，全脳にわたる神経活動の時系列データを個人間，あるいはグループ間で比較するために，画像データを標準座標空間に変換する手続きが取られる．その際の標準座標系のことを，MNI 座標系という．

運動の計画/実行を司る脳部位として知られており[18,19], (a)・(b)が右手でボタンを押す課題であるため, 右半身の運動に関係する左脳の一次運動野が抽出されている。

Table 2. Brain activations based on MNI coordinate.

Condition	x	y	z	Name	Label
<b>Visual &amp; Auditory</b>					
	-30	-30	58	L.Primary motor cortex	Motor Output
<b>Visual &gt; Auditory</b>					
	40	-66	-12	R.Fusiform gyrus	R. Visual Input
	-42	-66	-12	L.Fusiform gyrus	L. Visual Input
<b>Auditory &gt; Visual</b>					
	48	-26	8	R.Primary auditory cortex	R. Auditory Input
	-44	-32	10	L.Primary auditory cortex	L. Auditory Input

結果を(a)・(b)横並びにした形でFig.11に示す。(a)では, 仮説通りに視覚野から運動野への処理プロセスがあることが確認できる。これは視覚刺激が視覚野に入ることによって活動し, 運動野への活動を促している流れが読み取れる。(b)でも同様に, 仮説通りに聴覚野から運動野への処理プロセスがあることを確認でき, 聴覚野から運動野までの活動がグラフ構造として得られた。尚, 各課題で, 視覚野でも聴覚野でも右脳から左脳へと向かう依存関係が見られるが, これらは入力が入り同時に入っていることが影響している(この向きに特別な意味はなく左右一纏めのような状況)と考えられる。実際, (a)では両目を使って課題を行っており, 左右の視覚野が入力となっている。従って, 左右の両方で一体の入力であったと考える方が妥当であると考えられる。(b)の聴覚野でも両耳から音を聞いているので同様である。ここでは, 視覚野や聴覚野が始点となり運動野が終点となる構造が確かに出てきたことに意味がある。しかもこの結果からは, 目や耳への情報入力を受けて右手が反応しているという観点に留まらず, そもそも, MRIの時間分解能が1000[ms]と粗い状況なのに対して被験者の平均反応時間はそれよりも十分短い状況(視覚反応課題: 406.42[ms], 聴覚反応課題: 385.89[ms])であるため, 時間分解能よりも短時間の事象(即ち, 状態遷移のような形でデータから推定/数式化することは原理的に困難な事象)を確かに検出できたという観点においてもグラフ構造化分析の独特の効果が見られる。

MRIの時系列データにおいて, 異なる2種類の知覚入力と運動の関係を入出力とした実験を行い, 従来知見との整合性の高い処理プロセスをグラフ構造として見出すことができた。従って, 運転中の脳活動を対象にした, 各知覚と運動出力からなる複雑な情報伝達経路をグラフ構造として可視化できる実用性を有すると考えられる。

尚, ここでは限られた脳部位間でのグラフ構造を導いたが, 本来の脳部位は100以上の多点からなり, それらに対して巨大なグラフ構造を導くことも必要となり得る。そのような

場合でも，出力となる脳部位を設定した上で，2.3節『ポスト処理プロセス』を適用して入出力間の階層構造の自動抽出を行えば，経路が効率的に絞込まれて経路探索が容易になると共に，予め恣意的に絞らずとも入力となり得る脳部位に着眼することが可能である．

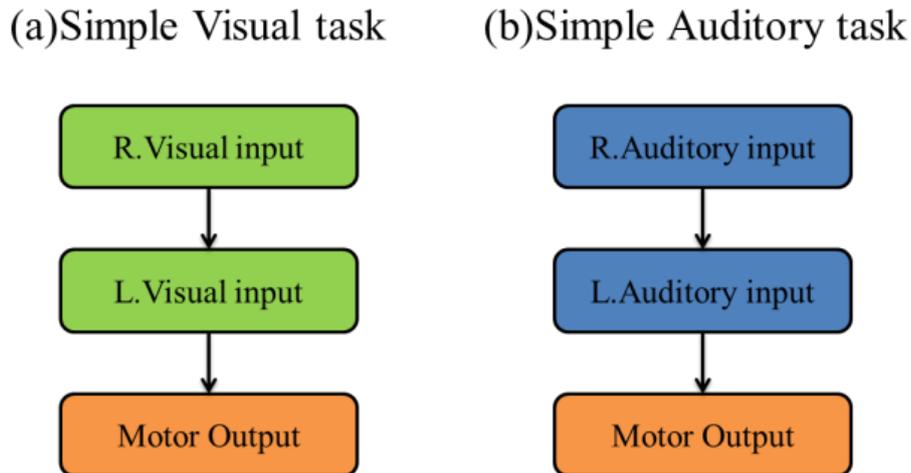


Fig. 11. Results of “(a) Simple Visual task” and “(b) Simple Auditory task”.

## 4. おわりに

本研究では，ベイジアンネットワークを基本としつつ時系列データの関係性を構造的に分析・可視化するために開発した「グラフ構造化分析」について，その概要を述べた．また，これを実際の時系列データに対して適用した事例を示し，グラフ構造に時間の概念が内包されること，直接観測できない事象が推定できること，階層構造の自動抽出を通して着眼点が効率的に絞込めること等を訴求しながら，有効な可視化を提供できる実用性があることを工学的な解釈と共に述べた．今回の事例では，時系列データに基づき仮説を検証するような活用に留まっているが，今後，一見すると関係性があるとは容易に想像できない（複数の領域を跨ぐ）ような対象の計測点を含めた時系列データに対しても活用の領域を拡大していくことで，新しい仮説発見へとつながる可能性が期待できるものとする．

**謝辞** 本研究は，国立研究開発法人科学技術振興機構（JST）の研究成果展開事業「センター・オブ・イノベーション（COI）プログラム」JPMJCE1311の支援によって行われました．ここに謝意を表します．また，本稿の執筆に当たり，ご協力いただいたマツダ株式会社の道田奈々江氏，並びに関係者の皆様に心より感謝申し上げます．

## 参考文献

- [1] Acid, S., and de Campos, L.M., Searching for Bayesian network structures in the space of restricted acyclic partially directed graphs, *Journal of Artificial Intelligence Research*, 18 (2003), 445–490.
- [2] Berkooz, G., Holmes, P., and Lumley, J.L., The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 25 (1993), 539–575.
- [3] Bouckaert, R., Bayesian belief networks: from construction to inference, Ph.D. Thesis, Utrecht University, Utrecht, 1995.
- [4] Brett, M., Anton, J.-L., Valabregue, R., and Poline, J.-B., MarsBaR Region of interest toolbox for SPM, <http://marsbar.sourceforge.net/>.
- [5] Buntine, W., Theory refinement on Bayesian networks, In *Proc. of 7th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence*, (1991), 52–60.
- [6] Demirci, O., Stevens, M.C., Andreasen, N.C., Michael, A., Liu, J., White, T., Pearlson, G.D., Clark, V.P., and Calhoun, V.D., Investigation of relationships between fMRI brain networks in the spectral domain using ICA and Granger causality reveals distinct differences between schizophrenia patients and healthy controls, *NeuroImage*, 46 (2009), 419–431.
- [7] Felleman, D.J., and Van Essen, D.C., Distributed hierarchical processing in the primate cerebral cortex, *Cerebral Cortex*, 1 (1991), 1–47.
- [8] Glover, F., Future paths for integer programming and links to artificial intelligence, *Computers and Operations Research*, 13 (1986), 533–549.
- [9] Glover, F., Tabu Search–Part I, *ORSA Journal on Computing*, 1 (1989), 190–206.
- [10] Glover, F., Tabu Search–Part II, *ORSA Journal on Computing*, 2 (1990), 4–32.
- [11] Heckerman, D., Geiger, D., and Chickering, D.M., Learning Bayesian networks: The combination of knowledge and statistical data, *Machine learning*, 20 (1995), 197–243.
- [12] Hunt, J.C.R., Vorticity and vortex dynamics in complex turbulent flows, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 11 (1987), 21–35.
- [13] 一宮昌司, 秋山裕介, 振動時の自動車モデル上の圧力変動, *日本機械学会流体工学部門講演会講演概要集*, (2007), 48.
- [14] Jeong, J., and Hussain, F., On the identification of a vortex, *Journal of Fluid Mechanics*, 285 (1995), 69–94.
- [15] Logothetis, N.K., The neural basis of the blood-oxygen-level-dependent functional magnetic resonance imaging signal, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, 357 (2002), 1003–1037.

- [16] 農沢隆秀, 岡田義浩, 大平洋樹, 岡本哲, 中村貴樹, 自動車の空気抵抗を増大させる車体周りの流れ構造 (第2報 セダン車体の特徴的な流れ構造), 日本機械学会論文集 (B編), 75 (2009), 1807–1813.
- [17] Okada, Y., Nouzawa, T., Nakamura, T., and Okamoto, S., Flow Structures above the Trunk Deck of Sedan-Type Vehicles and Their Influence on High-Speed Vehicle Stability 1st Report: On-Road and Wind-Tunnel Studies on Unsteady Flow Characteristics that Stabilize Vehicle Behavior, SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst., 2 (2009), 138–156.
- [18] Sanes, J.N., and Donoghue, J.P., Plasticity and primary motor cortex, Annual Review of Neuroscience, 23 (2000), 393–415.
- [19] Schieber, M.H., Constraints on somatotopic organization in the primary motor cortex, Journal of neurophysiology, 86 (2001), 2125–2143.
- [20] Schmid, P.J., Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data, J. Fluid Mech., 656 (2010), 5–28.
- [21] Sujudi, D., and Haimes, R., Identification of swirling flow in 3-D vector fields, 12th Computational Fluid Dynamics Conference, (1995), 1715.
- [22] Ueno, M., Learning networks determined by the ratio of prior and data, In Proc. of 26th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, (2010), 598–605.
- [23] 植野真臣, ベイジアンネットワークの統計的学習, 人工知能学会誌, 25 (2010), 803–810.
- [24] Ueno, M., Robust learning of Bayesian networks for prior belief, In Proc. of 27th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, (2011), 698–707.
- [25] 植野真臣, ベイジアンネットワーク, コロナ社, 2013.
- [26] 脇谷伸, 山本透, 森重智年, 足立智彦, 原田靖裕, 村岡正, 仁井内進, 自動車エンジニアを対象としたモデルベース開発 (MBD) 基礎研修の実践と評価, 工学教育, 66 (2018), 60–66.
- [27] Wellcome Centre for Human Neuroimaging, SPM - Statistical Parametric Mapping, <https://www.fil.ion.ucl.ac.uk/spm/>.
- [28] Whitfield-Gabrieli, S., and Nieto-Castanon, A., Conn: A functional connectivity toolbox for correlated and anticorrelated brain networks, Brain Connectivity, 2 (2012), 125–141.
- [29] 山崎敬広, ソンムアン ポクポン, 石山洗, 高田健一郎, 植野真臣, ベイジアンネットワークを用いたWebレコメンデーションシステムの開発, The 21st Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, (2007), 3H7-3.
- [30] Zhang, Y., Liu, K., Xian, H., and Du, X., A review of methods for vortex identification in hydroturbines, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 81 (2018), 1269–1285.

目良 貢（正会員）〒730-8670 広島県安芸郡府中町新地3-1

2010年，九州大学大学院数理学府博士課程修了，博士（機能数理学）．現在，マツダ株式会社技術研究所，シニア・スペシャリスト．日本応用数学会，日本数学会，自動車技術会会員．純粋数学（特に整数論），応用数学（特にデータサイエンス領域），それらの産業界での活用に興味を持つ．

中村 優佑（非会員）〒739-8527 広島県東広島市鏡山1-4-1

2014年，東京大学大学院理学研究科物理学専攻修了．現在，広島大学大学院先進理工学研究科次世代自動車技術共同研究講座助教．自動車技術会，日本機械学会，可視化情報学会会員．渦構造の同定手法，非定常流体现象の特徴抽出に興味を持つ．

吉田 敏宏（非会員）〒730-8670 広島県安芸郡府中町新地3-1

2010年，徳島大学大学院先端技術科学教育部修了．現在，マツダ株式会社技術研究所，スペシャリスト．日本計算工学会会員．人間工学，生体情報工学，データサイエンスを活用したヒトとクルマの関係構築に興味を持つ．

清水 圭吾（非会員）〒730-8670 広島県安芸郡府中町新地3-1

2020年，広島大学大学院工学研究科修了，博士（工学）．現在，マツダ株式会社技術研究所，アシスタントマネージャー．日本機械学会，自動車技術会会員．流体力学，特に流体計測，流体制御技術に興味を持つ．

菅原 翔（非会員）〒156-8506 東京都世田谷区上北沢2-1-6

2013年，総合研究大学院大学生命科学研究科5年一貫制博士課程修了，博士（理学）．現在，東京都医学総合研究所主任研究員．日本神経科学学会会員，日本磁気共鳴医学会，Organization for Human Brain Mapping会員．認知神経科学，特に心理的過程と運動制御の繋がりに興味を持つ．

福永 雅喜（非会員）〒444-8585 愛知県岡崎市明大寺町字西郷中38

2000年，明治鍼灸大学大学院鍼灸学研究科博士課程修了，博士（鍼灸学）．現在，自然科学研究機構生理学研究所准教授．日本磁気共鳴医学会会員．磁気共鳴医学，非侵襲性生体イメージングに興味を持つ．

定藤 規弘（非会員）〒444-8585 愛知県岡崎市明大寺町字西郷中38

1994年，京都大学大学院医学研究科博士課程内科系専攻修了，博士（医学）．現在，自然科学研究機構生理学研究所教授．日本神経科学学会会員．ヒトの高次

脳機能の神経基盤可視化に興味を持つ.

農沢 隆秀 (非会員) 〒739-8527 広島県東広島市鏡山1-4-1

1980年, 広島大学大学院工学研究科移動現象工学専攻博前修了, 博士 (工学).  
現在, 広島大学学術・社会連携室特任教授. 日本機械学会, 自動車技術会, 日本流体力学会, 日本人間工学会会員. 自動車に関する空気力学及び人間工学・感性工学と脳科学に興味を持つ.

(受付日 2020 年 9 月 28 日)

(受理日 2021 年 5 月 1 日)